

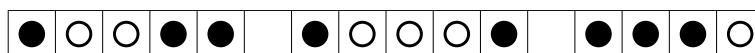
Domácí zábava z Kombinatorické teorie her, 5. série

Veškerá tvrzení precizně zdůvodněte.

(5.1) Dokažte tuto větu: \aleph_x je infinitezimální vzhledem k \uparrow pro každé číslo $x > 0$. 3 body

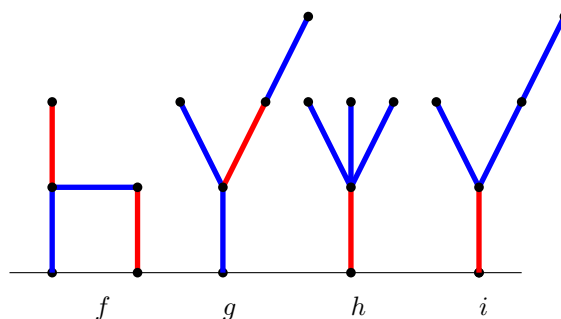
(5.2) Dokažte tuto větu: Pro každé přirozené $n \geq 1$ je $n.\uparrow = \{0|(n-1).\uparrow*\}$ a $n.\uparrow* = \{0|(n-1).\uparrow\}$ pro $n > 1$ a $\{0,*|0\}$ pro $n = 1$. 3 body

(5.3) Analyzujte (tedy popište, čemu se rovná, a popište samozřejmě postup) následující pozici hry Clobber a zapište výsledek v kanonickém tvaru:



2 body

(5.4) Určete čísla následujících pozic v Hackenbushu.



2 body

(5.5) Mějme hromádku n sirek. Pokud je n sudé, může levý hráč odstranit 2 sirky a pravý 1 sirku. Pokud je n liché, potom levý může odstranit 1 sirku a pravý 2 sirky. Pro každé $n \in \mathbb{N}$ určete číslo této hry. 3 body

(5.6) Necht $\{y|z\}$ je switch. Ukažte, že $\{y|z\} = a \pm x$, kde $a = (y+z)/2$ a $x = (y-z)/2$. 2 body