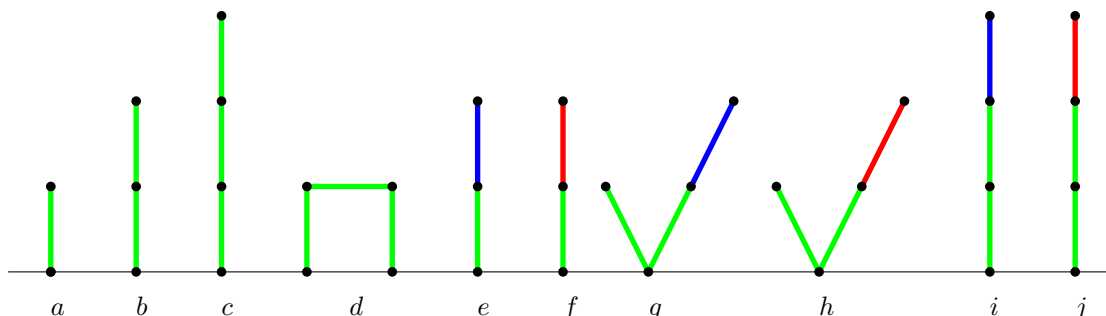


Domácí zábava z Kombinatorické teorie her, 7. série

Veškerá tvrzení precizně zdůvodněte.

- (7.1) Které infinitezimály kromě již známých $0, \uparrow, \downarrow, *$ obsahuje množina \mathcal{G}_2 (neboli hry narozené do druhého dne)? Můžete samozřejmě používat mechanizaci třeba na kanonizaci her, nicméně důkaz infinitezimality budete muset udělat ručně. 2 body
- (7.2) Určete fuzzy interval hry $\{4 + \{3 | -2\} | -1\}$. 1 bod
- (7.3) Dokažte, že hra Hackenbush, ve které jsou pouze červené a modré hrany, je vždy číslo. (Hint: Může se při tom hodit domácí úkol 4.4.) 2 body
- (7.4) Hra *Dětský Hackenbush* se hraje stejně jako obyčejný Hackenbush až na to, že se smí mazat pouze hrany, které neodpojí od země žádnou část grafu; nic nesmí upadnout.
- (i) Určete čísla her Hackenbushe pro pozice v obrázku.
 - (ii) Určete čísla her Dětského Hackenbushe pro pozice v obrázku.



3 body

- (7.5) Hra *Koláč* se hraje na tabulce $n \times m$ čtverečků (koláč na plechu). Levý hráč ve svém tahu vezme jeden z kusů (na počátku hry je tedy kus jenom jeden) a přeřízne ho svislým řezem na dvě části, které položí zpět na stůl. Pravý hráč ve svém tahu dělá totéž až na to, že krájí vodorovně. Čtvereček 1×1 je už dále nedělitelný. Kdo nemá tah, prohrál. Určete číslo hry Koláč pro:
- (i) Všechna $1 \leq n \leq 7, 1 \leq m \leq 7$. 2 body
 - (ii) Všechna $n, m \in \mathbb{N}$. Najděte, popište a dokažte pravidelný pattern, který se ve výsledku objevuje. 4 body